LOIS DE PROBABILITÉS CONTINUES

1. Variable aléatoire continue

a. Définition

Une variable aléatoire continue est une variable aléatoire dont l'ensemble des valeurs possibles est un intervalle.

b. Densité

On dit que la loi de probabilités de la variable aléatoire X à valeurs dans I a pour densité la fonction f si quels que soient a et b appartenant à I ($a \leq b$), $p(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t)\,dt$ avec pour tout x de I, $f(x) \geq 0$ et $\int_I f(x)\,dx = 1$.

Remarques :

Quel que soit $a \in I$, $p(X = a) = 0$.

Si f est la densité de la variable aléatoire X, alors $E(X) = \int_I x f(x)\,dx$.

2. Loi uniforme

a. Définition

On dit que la variable aléatoire X à valeurs dans un intervalle borné $[a\,;b]$ suit une loi uniforme si sa densité est une fonction constante sur $[a\,;b]$.

b. Propriétés

Si f est la densité d'une loi uniforme sur $[a\,;b]$ alors pour tout $x \in [a\,;b]$, $f(x) = \dfrac{1}{b-a}$.

Si X suit une loi uniforme sur $[a\,;b]$, alors $E(X) = \dfrac{a+b}{2}$.

3. Loi exponentielle

a. Définition

On dit que la variable aléatoire X à valeurs dans $[0\,;+\infty[$ suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ si sa densité est la fonction f définie par $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.

b. Propriétés

Si X est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ :

- Pour tout réel $a \geq 0$, $p(X \geq a) = e^{-\lambda a}$ et $p(X \leq a) = 1 - e^{-\lambda a}$.
- Pour tous réels positifs a et b, $p_{(X \geq b)}(X \geq a+b) = p(X > a)$.
- $E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$.